Разбор задач сложного очного тура.

Задача A. Миссия невыполнима.

Найдём угол между касательными к кругу и касательными к квадрату из точки, в которой стоит главный герой. Ответ будет равен отношению этих углов.

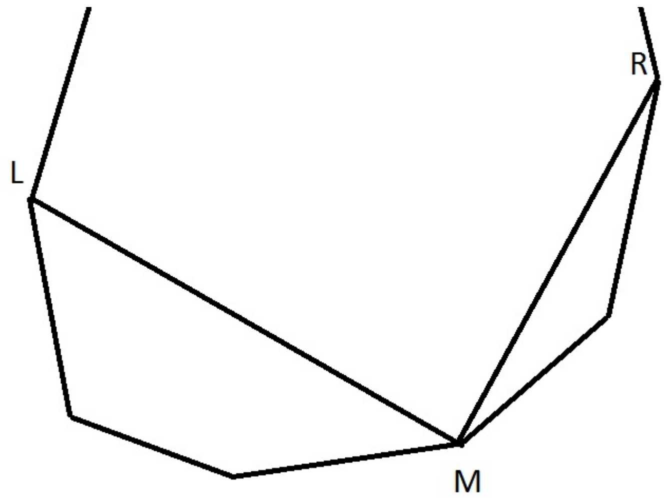
Угол между касательными к кругу находятся по следующей формуле:
α = 2 * arcsin(r / d), где r - радиус баллона с газом, а d - расстояние от центра баллона до главного героя.

Угол между касательными к квадрату можно найти, как наибольший из углов между лучами, которые выходят из точки, в которой стоит главный герой, в вершины квадрата.

Угол между тремя точками A, O и B может быть вычислен по следующей формуле: β = $\arccos\left(\frac{c.x * d.x + d.y * d.y}{\sqrt{c.x^2 + c.y^2} * \sqrt{d.x^2 + d.y^2}}\right)$ где c - вектор из O в A, в - вектор из O в B.
c.x = A.x - O.x; c.y = A.y - O.y; d.x = B.x - O.x; d.y = B.y - O.y.

Ответ: 100 * $\frac{\alpha}{\beta}$

Задача B. Миссия невыполнима.



Данная задача решается методом динамического программирования. Состояние в динамике - отрезок [l, r]. 1 <= l < r <= n. По этому состоянию будем возвращать наименьшую сумму длин диагоналей для разделения всех областей на данном отрезке.

Будем считать ответы для отрезков в порядке увеличения их длины (разницы r - l)

Для каждого отрезка переберём все его внутренние точки и если в текущим момент времени мы рассматриваем точку m, то пусть проведены диагонали из l в m и из m в r. Тогда ответ для отрезка [l, r] может быть пересчитан через ответы для отрезков [l, m] и [m, r].

Среди всех таких точек m выберем наилучшую (m0). Тогда ответ для [l, r] будет получен из ответов для [l, m0] и [m0, r].

Ответ на задачу будет равен ответу для отрезка [1, n]

T(N) = O(N^3), так как всего N^2 отрезков и ответ для каждого считается за линейное время.

Задача C. И-Игорь.

Будем восстанавливать искомую последовательность бабушек с конца.
Пусть бабушки звали Игоря ровно 100 раз.
Если Игорь стоит в левом нижнем углу, то пусть его звала баба Нюра. Запишем букву N в начало ответа и удалим его в два раза от бабы Нюры.
Если Игорь стоит в правом нижнем углу, то сделаем то же самое с бабой Зиной.
Если в правом верхнем, то с бабой Глашей
Если в левом верхнем, то с бабой Маней.

Утверждается, что при длине 100 данная последовательность приведёт Игоря из любой точки в искомую с погрешностью гораздо меньше, чем 10^{-6}

Задача D. Покраска забора.

Для решения задачи нам потребуется структура, поддерживающая добавление элемента в начало, удаление из конца и поиск минимума или максимума.
Одно из авторских решений использует структуру, которая позволяет выполнять все эти операции за O(1).
В данной задаче все эти операции могут быть выполнены при помощи кучи или std::set (при использовании второго могут возникнуть проблемы с временем работы программы)

Сначала с помощью нашей структуры найдём высоту всех возможных вертикальных полосок ширины x.

Далее снова воспользуемся нашей структурой и найдём для каждой доски высоту, на которую она была прокрашена.

Таким образом мы можем посчитать закрашенную валиком площадь. Если вычесть её из общей площади, то получим значение площади, которую придётся покрасить кисточкой.

Задача E. Средний НОД.

Заметим, что при каждой операции произведение всех чисел остаётся неизменным.
Посчитаем количество каждых простых делителей в разложении произведения всех чисел.
Пусть просто число p находится в этом разбиении в степени a, тогда в ответе на задачу оно должно быть в степени [a / n], где [x] - целая часть от x.